פרוייקט גמר בנושא  
 אלגוריתמים לחלוקה הוגנת

חלק א': הבנת האלגוריתמים-  
סיכום אלגוריתמים ודוגמאות הרצה

(עבור המאמר: [[1]](#footnote-1)" "An Improved Approximation Algorithm for Maximin Shares)

**מגישים:** ליעד נג'י ומוריה אלגרבלי

**אלגוריתם 2:**

*אלגוריתם עזר (תת אלגוריתם) עבור חלוקה α-MMS:*

*האלגוריתם מקטין את הבעיה ע"י הוצאה ראשונית של שחקנים וחפצים שניתן לתת להם חפצים כך שערכם שווה לפחות α ועבור α=3/4 והוצאתם לא תפגע באפשרות של שאר השחקנים לקבל גם α-MMS.*

קלט: האלגוריתם מקבל:

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים של כל השחקנים- V
* שווי מינימלי מהMMS שכל שחקן אמור לקבל- α

- ערך הMMS של כל השחקנים מנורמל להיות אחד.   
- פונק' הערכים של השחקנים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: מחזירים את החפצים, האנשים והפונק' שנשארו לאחר הוצאת אנשים וחפצים כך שקיבלו *α-MMS*

אלגוריתם:   
נעבור על כל השחקנים שוב ושוב שעדיין נמצאים ונבדוק האם:  
  
כל פעם, אם שחקן מקבל חפץ\ים זה אומר שמה שקיבל שווה מבחינתו לפחות α .

1. החפץ הראשון (החפץ שמדורג הכי גבוה אצל כולם) שווה מבחינתם לפחות α.

אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפץ ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפץ הראשון "מספיק" לו- שווה לפחות לα)

1. החפצים הn והn+1 ביחד שווים מבחינתם לפחות α.

אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפצים ונוציא אותו ואת החפצים מהרשימות.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים הn והn+1 "מספיק" לו- שווה לפחות לα)

1. החפצים ה2n-1, 2n, 2n+1 ביחד שווים מבחינתם לפחות α.

אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפצים ונוציא אותו ואת החפצים מהרשימות.   
  
**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים 2n-1, 2n, 2n+1 "מספיקים" לו- שווים לפחות לα)

1. החפצים ה1, 2n+1 ביחד שווים מבחינתם לפחות α.

אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפצים ונוציא אותו ואת החפצים מהרשימות.

*אם נכנסו בסבב זה לאחת האפשרויות- נמשיך לסבב נוסף ונחזור ל1, עם הקבוצות המעודכנות. (מס' השחקנים המעודכן, מס' החפצים המעודכן וכן')*

אם באחד הסבבים לא נכנסו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את הקבוצות המעודכנות.

**אלגוריתם 3:***אלגוריתם עזר (תת אלגוריתם) עבור חלוקה α-MMS:*

*האלגוריתם מחלק את החפצים הנותרים לשחקנים הנותרים כך שכל אחד קיבל לפחות α מהMMS שלו.*

קלט*:* האלגוריתם מקבל: (מה שחזר מביצוע אלגוריתם 2)

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים של כל השחקנים- V
* שווי מינימלי מהMMS שכל שחקן אמור לקבל- α  
    
  כך ש:  
  - כבר ביצעו את אלגוריתם 2- כלומר שלא נשארו אנשים שיספיק עבורם לקבל אחת מקבוצות החפצים הבאות: {1}, {n,n+1}, {2n-1,2n.2n+1},{1,2n+1} עבור מס' האנשים הנוכחי, ומיקום החפצים.   
  - ערך הMMS של כל השחקנים מנורמל להיות אחד.   
  - פונק' הערכים של השחקנים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: הפונק' מסתיימת כאשר סיימו לחלק לכל האנשים חפצים כך שכל אחד קיבל לפחות α מהMMS שלו.

האלגוריתם:

* נחלק את 2n החפצים הראשונים (שערכם גבוה ביותר) לn קבוצות באופן הבא:
* את שאר החפצים נשים בקבוצה R.
* עבור k=1 עד n:

**\*** נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה "מספיקה" עבורו- שווה לפחות לα-MMS שלו. (כיוון שמנורמל ל1, נבדוק ששווה לα)

אם לא- נוסיף חפץ מR לקבוצה ונוריד אותו מR. נחזור ל **\***.  
  
אם כן- ניתן את לשחקן שהיא "מספיקה" עבורו, *ונוריד את השחקן מהרשימה.*

***אלגוריתם 1:****קלט****:*** *האלגוריתם מקבל:*

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים של כל השחקנים- V
* שווי מינימלי מהMMS שכל שחקן אמור לקבל- α  
    
  - פונק' הערכים של האנשים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

-ידוע ערך הMMS של כלל האנשים.

פלט: הקצאת α-MMS לכלל האנשים.

האלגוריתם:

- מוציאים את כל השחקנים שהMMS שלהם 0,

- מנרמלים את ערכי האנשים לפי ערכי הMMS שלהם, כלומר מחלקים אצל כל אחד את הערכים בפונק' הערכים בMMS שלו.

- מבצעים את **אלגוריתם 2**עם הקלט:

* קבוצת האנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים- V
* שווי מינימלי מהMMS שכל שחקן אמור לקבל- α

- את הפלט שחוזר:

* קבוצת האנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים- V
* שווי מינימלי מהMMS שכל שחקן אמור לקבל- α

*כך שהוצאו אנשים וחפצים שחולקו באלגוריתם 2.*

*נשלח ל****אלגוריתם 3.***

**אלגוריתם 5:**

*אלגוריתם עזר (תת אלגוריתם) עבור חלוקה -MMS: (דומה מאוד לאלגוריתם 2)*

*האלגוריתם מקטין את הבעיה ע"י הוצאה ראשונית של שחקנים וחפצים שניתן לתת להם חפצים כך שערכם שווה לפחות והוצאתם לא תפגע באפשרות של שאר השחקנים לקבל גם -MMS.*

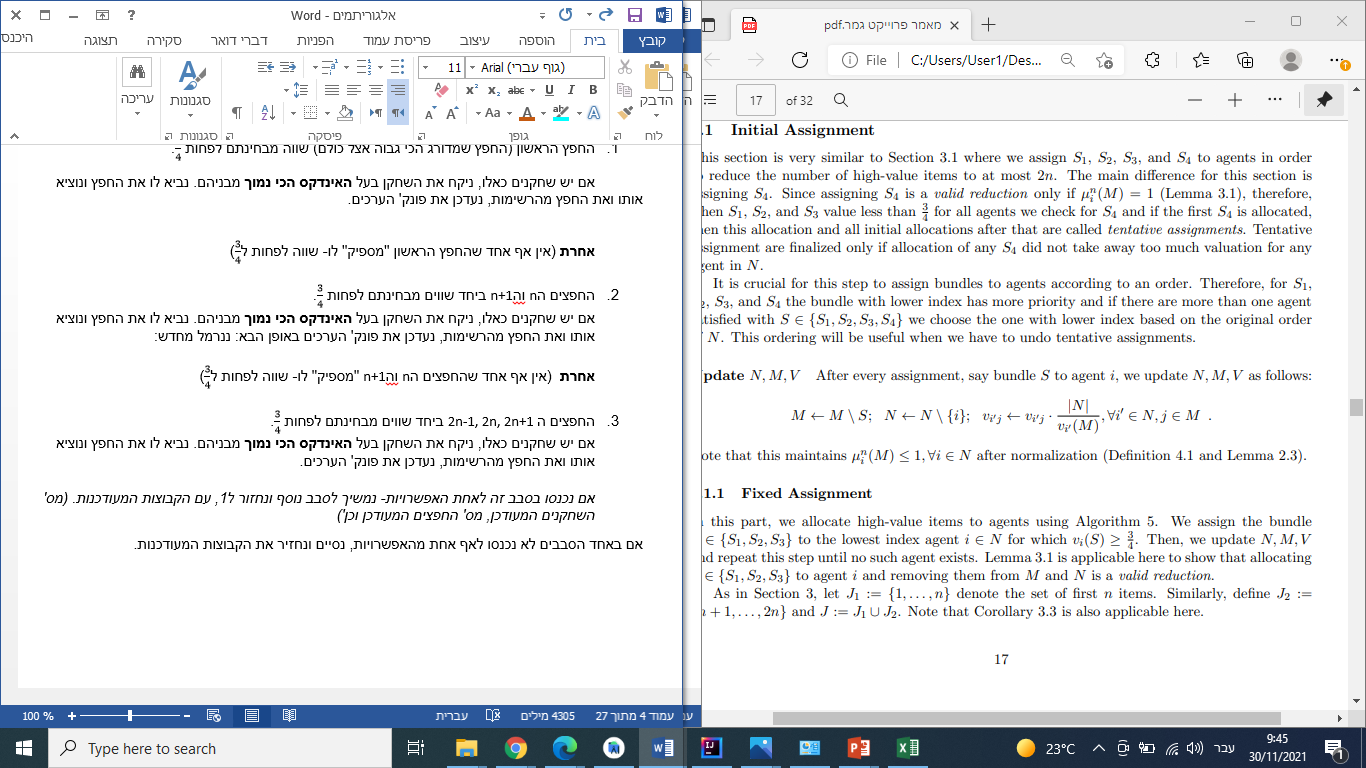
קלט: האלגוריתם מקבל:

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים של כל השחקנים- V

- ערך הMMS של כל השחקנים מנורמל להיות **קטן או שווה** 1.  
- פונק' הערכים של השחקנים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: מחזירים את החפצים, האנשים והפונק' שנשארו לאחר הוצאת אנשים וחפצים כך שקיבלו *-MMS*

אלגוריתם:   
כל פעם, אם שחקן מקבל חפץ\ים זה אומר שמה שקיבל שווה מבחינתו לפחות .  
- כשמעדכנים את פונק' הערכים מעדכנים אותה באופן הבא: מנרמלים מחדש:

  
  
נעבור על כל השחקנים שוב ושוב שעדיין נמצאים ונבדוק האם:  
  
החפץ הראשון (החפץ שמדורג הכי גבוה אצל כולם) שווה מבחינתם לפחות .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל **האינדקס הכי נמוך** מבניהם. נביא לו את החפץ ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפץ הראשון "מספיק" לו- שווה לפחות ל)

1. החפצים הn והn+1 ביחד שווים מבחינתם לפחות .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל **האינדקס הכי נמוך** מבניהם. נביא לו את החפץ ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים הn והn+1 "מספיק" לו- שווה לפחות ל)

1. החפצים ה2n-1, 2n, 2n+1 ביחד שווים מבחינתם לפחות .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל **האינדקס הכי נמוך** מבניהם. נביא לו את החפץ ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

*אם נכנסו בסבב זה לאחת האפשרויות- נמשיך לסבב נוסף ונחזור ל1, עם הקבוצות המעודכנות. (מס' השחקנים המעודכן, מס' החפצים המעודכן וכן')*

אם באחד הסבבים לא נכנסו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את הקבוצות המעודכנות.

**אלגוריתם 6:**

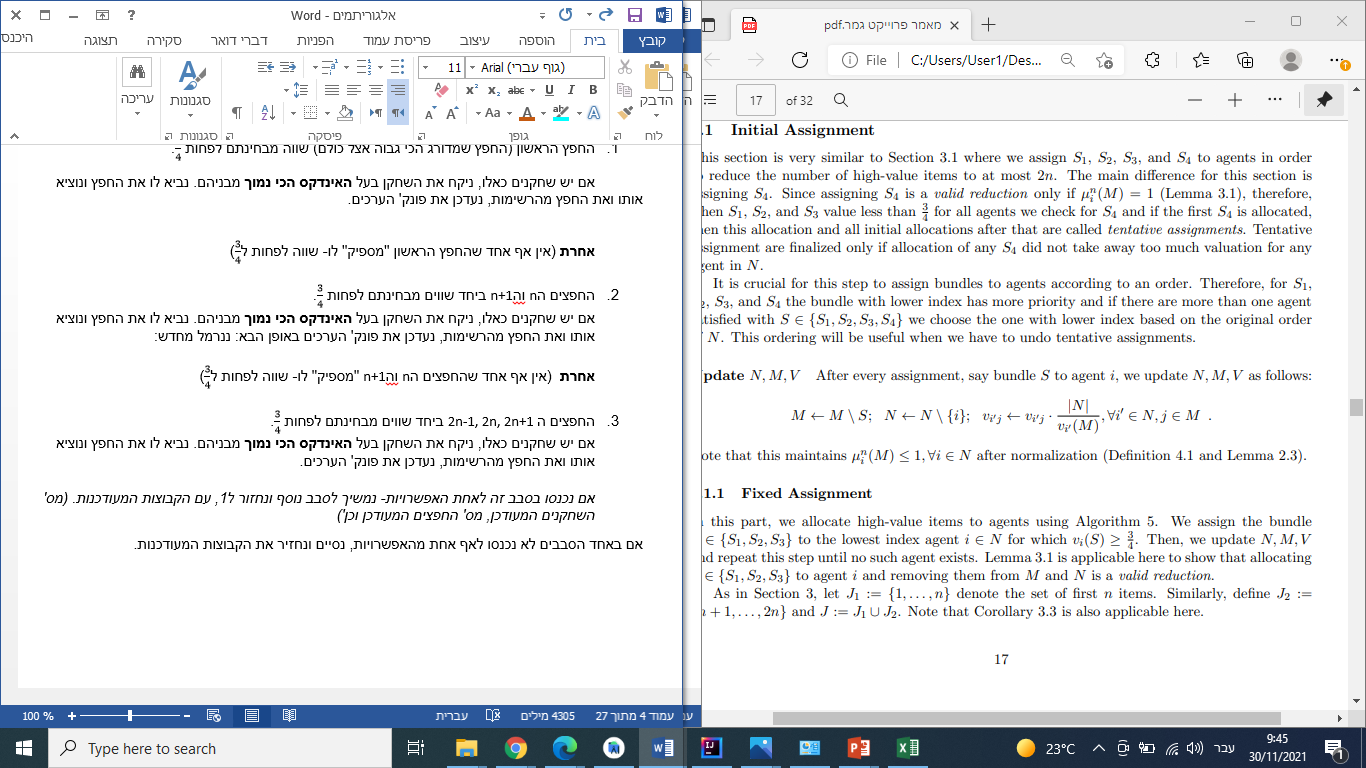
*אלגוריתם עזר (תת אלגוריתם) עבור חלוקה -MMS: (דומה מאוד לאלגוריתם 2)  
האלגוריתם מקטין את הבעיה ע"י הקצאה זמנית של חפצים לשחקנים כך שערכם שווה לפחות*  
קלט: האלגוריתם מקבל (מה שחזר מביצוע אלגוריתם 5– חפצים ושחקנים כך שs1,S2,S3 לא "יספיקו" להם):

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים של כל השחקנים- V

- ערך הMMS של כל השחקנים מנורמל להיות **קטן או שווה** 1.   
- פונק' הערכים של השחקנים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: מחזירים את החפצים, האנשים והפונק' שנשארו לאחר הוצאת אנשים וחפצים כך שקיבלו *-MMS*

אלגוריתם:   
- כשמעדכנים את פונק' הערכים מעדכנים אותה באופן הבא: מנרמלים מחדש:

  
  
כל פעם, אם שחקן מקבל חפץ\ים זה אומר שמה שקיבל שווה מבחינתו לפחות .  
נעבור על כל השחקנים שוב ושוב שעדיין נמצאים ונבדוק האם:

1. החפץ הראשון (החפץ שמדורג הכי גבוה אצל כולם) שווה מבחינתם לפחות .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל **האינדקס הכי נמוך** מבניהם. נקצה לו את החפץ (באופן זמני) ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפץ הראשון "מספיק" לו- שווה לפחות לα)

1. החפצים הn והn+1 ביחד שווים מבחינתם לפחות .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל **האינדקס הכי נמוך** מבניהם. נקצה לו את החפץ (באופן זמני) ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים הn והn+1 "מספיק" לו- שווה לפחות לα)

1. החפצים ה2n-1, 2n, 2n+1 ביחד שווים מבחינתם לפחות .

אם יש שחקנים כאלו, ניקח את השחקן בעל **האינדקס הכי נמוך** מבניהם. נקצה לו את החפץ (באופן זמני) ונוציא אותו ואת החפץ מהרשימות, נעדכן את פונק' הערכים.

**אחרת** (אין אף אחד שהחפצים 2n-1, 2n, 2n+1 "מספיקים" לו- שווים לפחות ל)

1. החפצים ה1, 2n+1 ביחד שווים מבחינתם לפחות .

אם יש שחקן כזה, נביא לו את החפצים ונוציא אותו ואת החפצים מהרשימות.

*אם נכנסו בסבב זה לאחת האפשרויות- נמשיך לסבב נוסף ונחזור ל1, עם הקבוצות המעודכנות. (מס' השחקנים המעודכן, מס' החפצים המעודכן וכן')*

אם באחד הסבבים לא נכנסו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את הקבוצות המעודכנות.

***אלגוריתם 4:****קלט****:*** *האלגוריתם מקבל:*

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים של כל השחקנים- V  
    
  - פונק' הערכים של האנשים עבור החפצים מסודרות באותו אופן. כלומר, לכל השחקנים יש אותו סדר עדיפויות של חפצים.

פלט: הקצאת -MMS לכלל האנשים.

האלגוריתם:

- מנרמלים את ערכי האנשים לפי מספר השחקנים, כלומר מחלקים אצל כל אחד את הערכים בפונק' הערכים ב =

- מבצעים את **אלגוריתם 5**עם הקלט:

* קבוצת האנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים- V

- את הפלט שחוזר שומרים ב(N,M,V) (מעדכנים אותם)

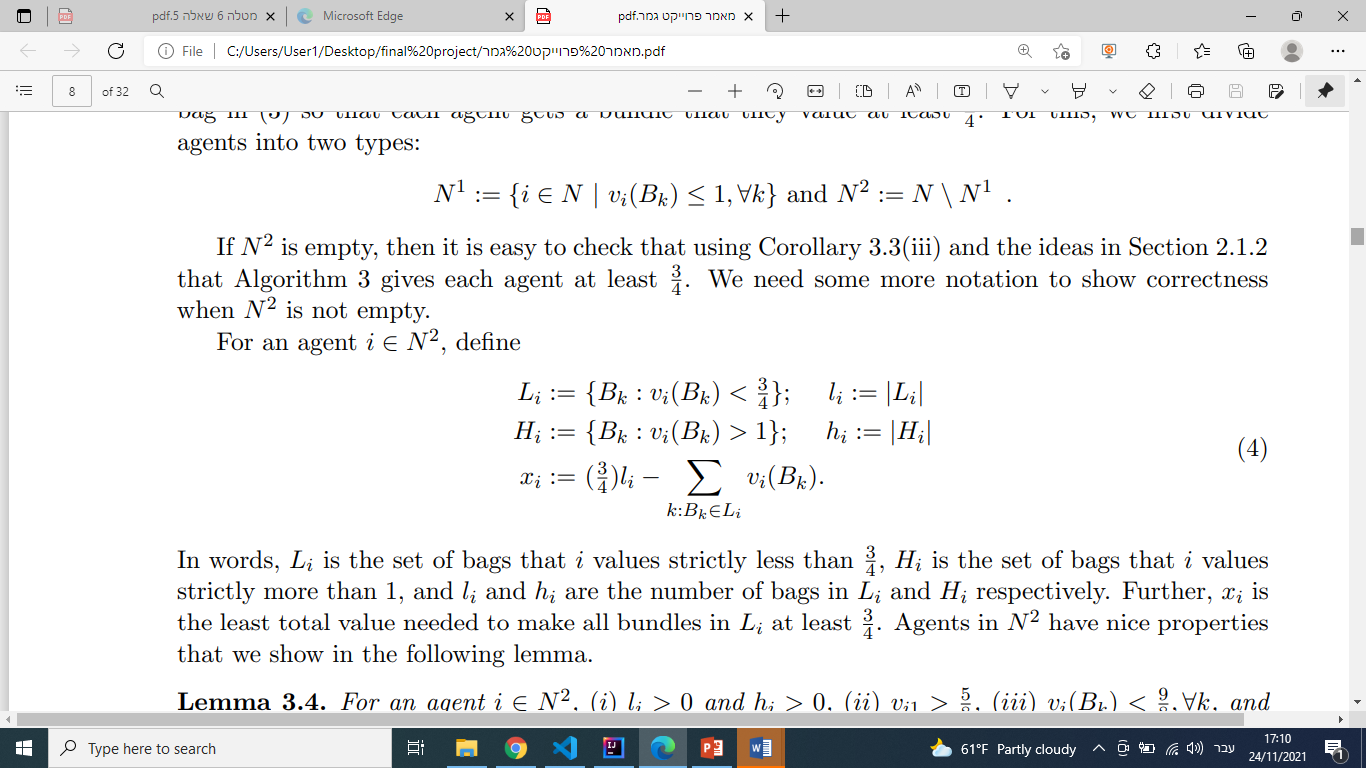
-מבצעים את **אלגוריתם 6** עם הקלט(מה שחזר באלגוריתם 5):

* קבוצת האנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים- V

- את הפלט שחוזר שומרים ב(N',M',V') (שומרים בקבוצות אחרות, זמניות)

- עבור כל שחקן נחשב את:  
א. כמות הקבוצות מתוך

כך שערך הקבוצה קטן מבחינתו מ : ונשמור ב

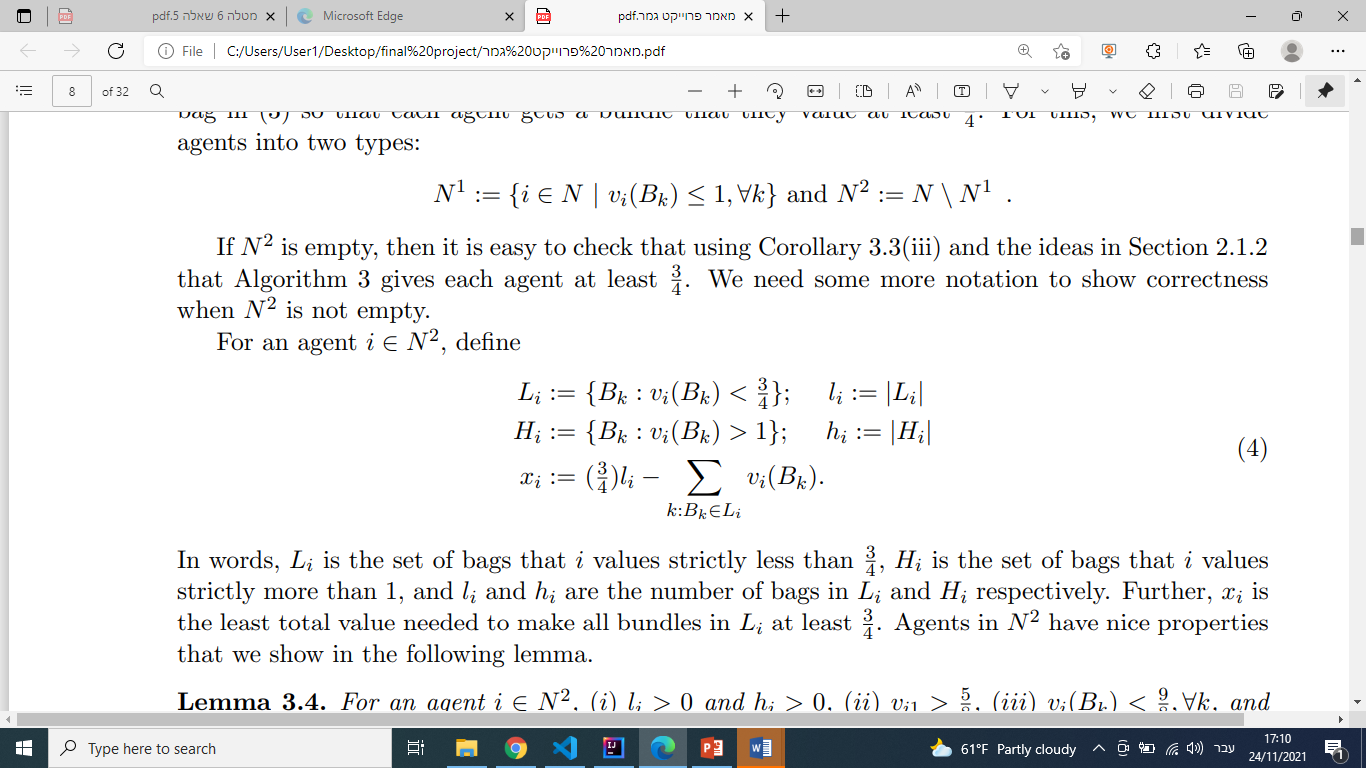
(באופן רשמי:  
)

ב. נסכום את ערכי הקבוצות שנמצאות ב ונשמור בsum

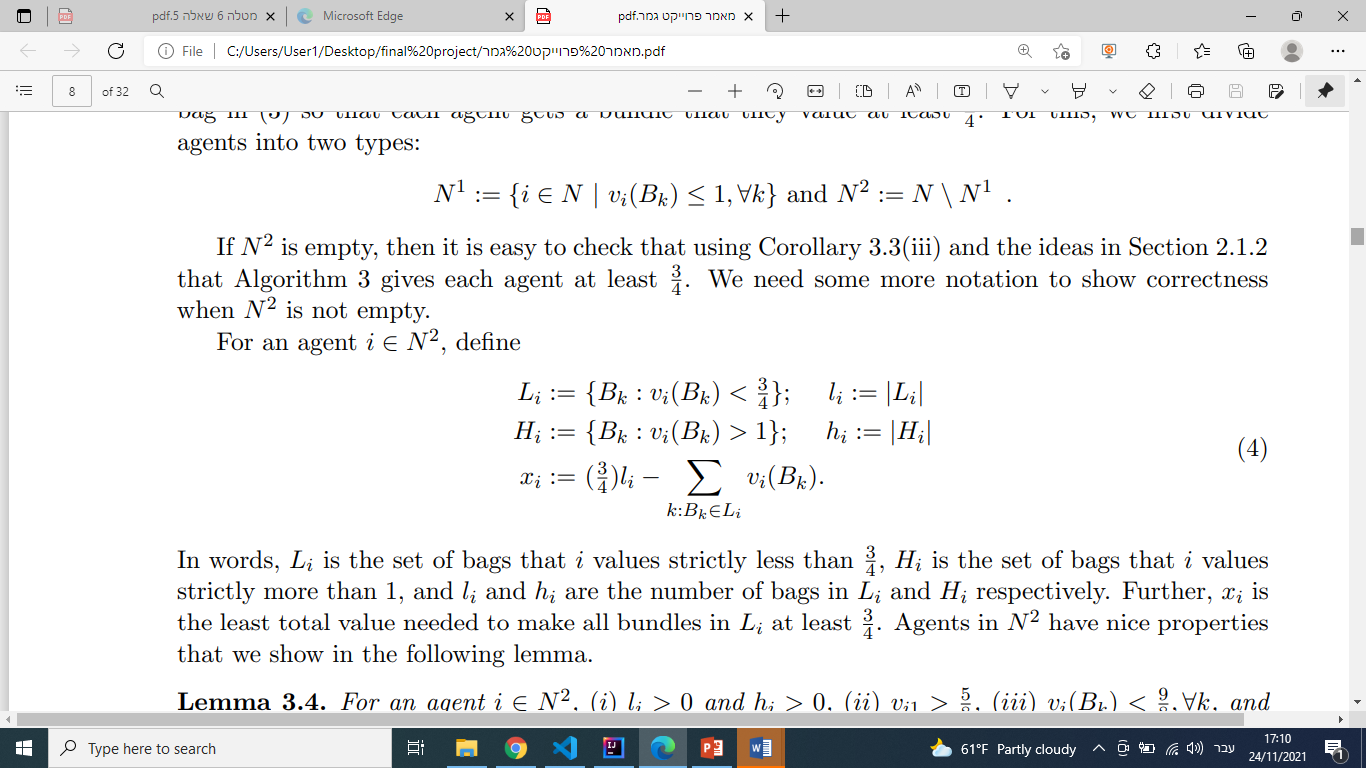
ג. כמות הקבוצות מתוך

כך שערך הקבוצה מבחינתו גדול מ1: ונשמור ב-

(באופן רשמי:

)

ד. נחשב את ההפרש בין של ה לsum ונשים ב

(ובאופן רשמי

)

**לולאה:**

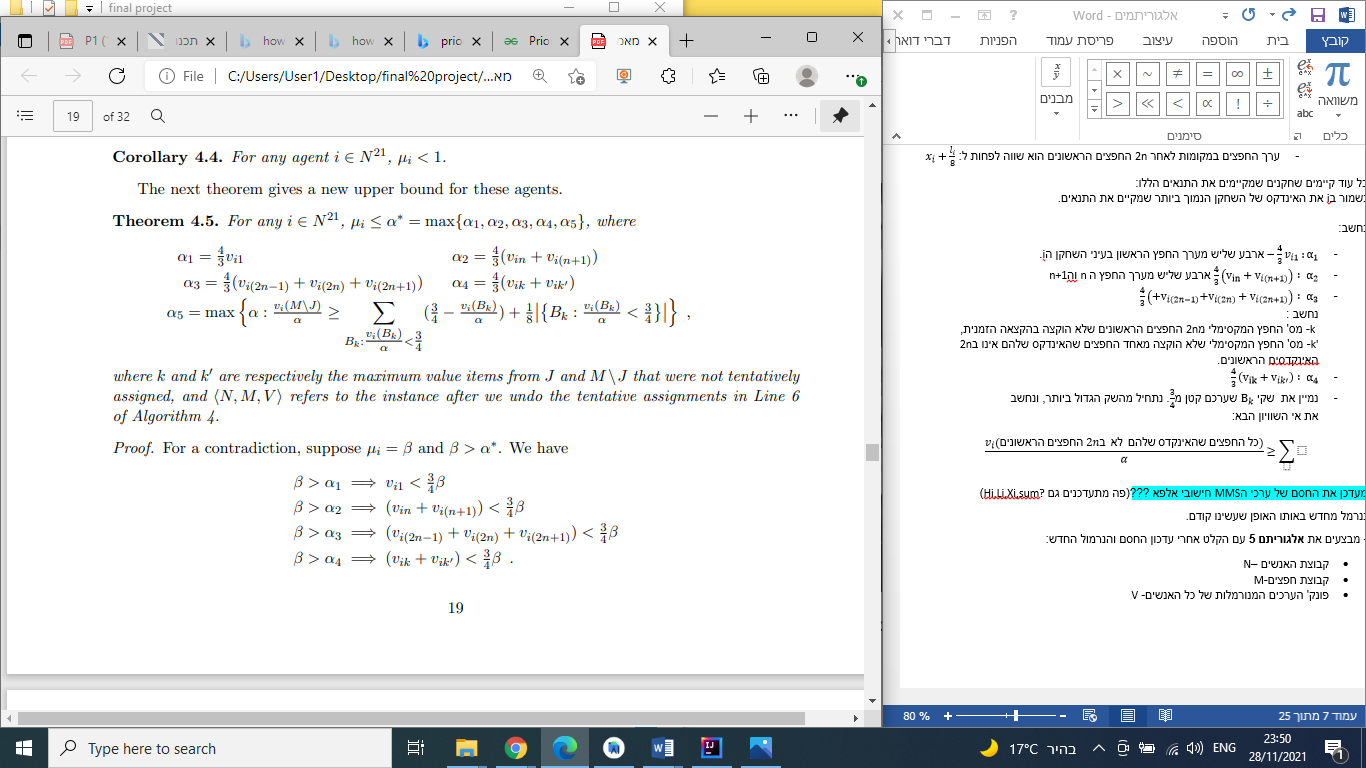
נעבור על כל השחקנים ונבדוק האם כל הדברים הבאים מתקיימים:

* קיים לפחות אחד (מהטווח שהגדרנו קודם) כך שהערך שלו עבור השחקן גדול מ1.
* ערך החפצים במקומות לאחר 2n החפצים הראשונים קטן מ:

כל עוד קיימים שחקנים שמקיימים את התנאים הללו:  
נשמור בi את האינדקס של השחקן הנמוך ביותר שמקיים את התנאים.  
  
נחשב:

* – ארבע שליש מערך החפץ הראשון בעיני השחקן הi.
* ארבע שליש מערך החפץ הn והn+1
* נחשב :  
   k- מס' החפץ המקסימלי מ2n החפצים הראשונים שלא הוקצה בהקצאה הזמנית,  
  k'- מס' החפץ המקסימלי שלא הוקצה מאחד החפצים שהאינדקס שלהם אינו ב2n האינדקסים הראשונים.
* נמיין את שקי שערכם קטן מ. נתחיל מהשק הגדול ביותר, ונחשב   
  את אי השוויון הבא:

1. α>ערך השק ה הגדול ביותר כך שערכו קטן מ (נמצא ב)  
2.



אם אי השוויון מתקיים, ניקח את הα המקסימלי העומד באי השוויון להיות .  
  
אחרת- נשנה את הדרישה של 1:  
נדרוש שיהיה בין ערכי השק הגדול ביותר, לשק ה השני הגדול ביותר (כולל הגדול יותר, לא כולל הקטן יותר) , ובאופן כללי- כל פעם נזיז את הטווח להיות בין מה שדרשנו קודם שα יהיה גדול ממנו לשק הקטן ממנו.  
האופציה האחרונה היא כאשר α שווה לערך השק הקטן ביותר.  
בהתאם נחשב שוב את אי שוויון 2. נשים לב שכל פעם כשמכפילים בα שנמצאים בטווח אחר, כל ה שערכם גדול או שווה לקצה הגדול של הטווח, כשנחלק אותם בα מהטווח הקיים כבר לא יהיו חלק מהסיגמא. (ערכם חלקי האלפא יהיה גדול משלושת רבעי)  
  
אם אי השוויון מתקיים, ניקח את הα המקסימלי העומד באי השוויון להיות . אחרת נמשיך ונרד בטווחים, ונחשב מחדש.

* ניקח את הα המקסימלי מבין 5 הα שחישבנו, ונכפיל את כלל ערכי הפונק' של השחקן ב הזה.
* ננרמל מחדש באותו האופן שעשינו קודם.

- מבצעים את **אלגוריתם 5**עם הקלט אחרי עדכון החסם והנרמול החדש:

* קבוצת האנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים- V

- את הפלט שחוזר שומרים ב(N,M,V) (מעדכנים אותם)

-מבצעים את **אלגוריתם 6** עם הקלט (מה שחזר באלגוריתם 5):

* קבוצת האנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' הערכים המנורמלות של כל האנשים- V

- את הפלט שחוזר שומרים ב(N',M',V') (שומרים בקבוצות אחרות, זמניות)

* + נחשב מחדש את: שחישבנו למעלה, עבור הערכים החדשים של השחקנים. ונחזור לתחילת הלולאה

אם לא היו שחקנים שקיימו את התנאים, יצאנו מהלולאה.   
עכשיו נשמור את (N',M',V') לתוך (N,M,V)

נקרא **לאלגוריתם 3** עם הערכים: ( (N,M,V,

**אלגוריתם 7:**אלגוריתם זה הוא אלגוריתם התחלתי, שממיין את פונק' הערכים של השחקנים כך שלכולם יהיה אותו סדר עדיפיות, והיה מסודר כך שערך החפץ הראשון יהיה הערך הגדול ביותר, ומשם קטן.אחרי ביצוע אלגוריתם זה, ישמרו את פונק' הערכים לפני המיון, ולאחר ביצוע של אחד מאלגוריתמי חלוקת MMS, ישתמשו באלגוריתם 8 כדי לחלק את החפצים האמיתיים (לפי פונק' הערכים המסודרת) לאנשים.

קלט:

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים של כל השחקנים- V

פלט:

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים ממוינת של כל השחקנים- V'

אלגוריתם:

מיון פונק' ערכים עבור כל שחקן.

פירוט:

עבור כל שחקן i-

עבור כל חפץ j-  
 נשים בפונק' הערכים של שחקן i במקום הj את החפץ הj בערכו עבורו.

**אלגוריתם 8:**   
האלגוריתם מתרגם הקצאת α-MMS של חפצים עם פונק' ערכים מסודרת בסדר יורד, להקצאת α-MMS עבור פונק' הערכים הלא ממוינת (המקורית)

קלט:

* קבוצת אנשים –N
* קבוצת חפצים- M
* פונק' ערכים ממוינת של כל השחקנים- V'
* פונק' ערכים (המקורית) של כל השחקנים- V
* הקצאת α-MMS עבור (N,M,V')- A'

פלט:

* הקצאת α-MMS עבור (N,M,V)- A

אלגוריתם:

נאתחל A, שמכילה עבור כל שחקן את קבוצת החפצים שהולך לקבל. כך שכל שחקן לא מקבל אף חפץ.

עבור כל חפץ j, j נע מ1 עד n

נשים לשחקן שאמור לקבל את החפץ הj בהקצאה A' הנתונה, את החפץ שהכי רוצה מתוך מה שעדיין פנוי.  
(כמובן נעדכן שהחפץ לא פנוי)  
אם החפץ לא שייך לאף שחקן, תעבור לסבב הבא בלולאה (לחפץ הבא)

**דוגמת הרצה 1 (אלגוריתמים 1, 2) :**

אלגוריתם 1:

* *נקבל:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 6 | 5 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 100 | 55 | 50 | 33 | 12 | 5 | 4 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 15 | 15 | 12 | 9 | 8 | 8 | 7 | 5 |

V:

α:

* *ננרמל*:

עבור אדם א': MMS = 17

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3,7,8 | 2,5,10 | 6,11 |
| 18 | 17 | 17 |

)

עבור אדם ב': MMS = 77

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 33,50 | 55,12,5,4,1 | 100 |
| 83 | 77 | 100 |

)

עבור אדם ג': MMS = 25

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 9,8,8 | 15,7,5 | 15,17 |
| 25 | 27 | 27 |

)

נעדכן את V להיות:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |

* *אלגוריתם 2:*
* *נקבל:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |

V:

α:

* ניכנס ללולאה:   
  **סבב 1:** n=3 – מס' האנשים שנותרו

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן:  
עבור אדם א': עבור אדם ב':

ואדם ב' מקבל את חפץ 1, והוא והחפץ מוסרים מהמשתנים.

**סבב 2:** n=2 – מס' האנשים שנותרו

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **חפצים** | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ג' |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן:(החפץ עם אינדקס 1)  
עבור אדם א':

עבור אדם ג':

נבדוק האם החפץ הn (=2) והחפץ הn+1 (=3) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם א':

ואדם א' מקבל את חפצים עם אינדקסים 2,3 , והוא והחפצים מוסרים מהמשתנים.

**סבב 3:**

n=1 – מס' האנשים שנותרו

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 2** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |

|  |
| --- |
| אדם ג' |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **חפצים** | חפץ 2 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

נבדוק האם החפץ הn (=1) והחפץ הn+1 (=2) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם ג':

ואדם ג מקבל את חפצים עם אינדקסים 1,2 , והוא והחפצים מוסרים מהמשתנים.

* **הפונק' מחזירה:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:החפצים שנותרו

|  |
| --- |
|  |

N: קבוצה ריקה.

|  |
| --- |
|  |

V: פונק' ערכים ריקה.

* **אלוגריתם 3:**  
  באלגוריתם 3, n=0, לא מחלקים אף חפצים לקבוצות, ולא עוברים על אף חפץ בתוך הלולאה.- לא נכנסים ללולאה.

**דוגמת הרצה 2** **(אלגוריתמים 1, 2)** :

אלגוריתם 1:

* *נקבל:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** | 6 | 5 | 4 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 7 | 7 | 7 |

V:

α:

* *ננרמל*:

עבור אדם א':MMS = 4

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 6 | 5 | 4 |
| 6 | 5 | 4 |

)

עבור אדם ב':MMS = 1

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10 | 2 | 1 |
| 10 | 2 | 1 |

)

עבור אדם ג':MMS = 7

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | 7 | 7 |
| 7 | 7 | 7 |

)

נעדכן את V להיות:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |

* *אלגוריתם 2:*
* *נקבל:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |

V:

α:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

* ניכנס ללולאה:   
  **סבב 1:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

עבור אדם א':

ואדם א' מקבל את חפץ 1, והוא והחפץ מוסרים מהמשתנים.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 |
| **חפצים** | חפץ 2 | חפץ 3 |

**סבב הבא:**

|  |  |
| --- | --- |
| אדם ב' | אדם ג' |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |

עבור אדם ב':

ואדם ב' מקבל את חפץ 2, והוא והחפץ מוסרים מהמשתנים.

**סבב הבא:**

|  |  |
| --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 |
| **חפצים** | חפץ 3 |

|  |
| --- |
| אדם ג' |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **חפץ 3** |
| **ערך-  אדם ג'** |  |

עבור אדם ב':   
  
ואדם ג' מקבל את חפץ ג, והוא והחפץ מוסרים מהמשתנים.

* **הפונק' מחזירה:**

|  |
| --- |
|  |

M:קבוצה ריקה

|  |
| --- |
|  |

N: קבוצה ריקה.

|  |
| --- |
|  |

V: פונק' ערכים ריקה.

* **אלוגריתם 3:**באלגוריתם 3, n=0, לא מחלקים אף חפצים לקבוצות, ולא עוברים על אף חפץ בתוך הלולאה- לא נכנסים ללולאה.

**דוגמת הרצה 3 (אלגוריתמים 1, 2, 3) :**

אלגוריתם 1:

* *נקבל:*
* M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |

N:

V:

α:

* *ננרמל*:

עבור אדם א':MMS = 4

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1,1,1,1 | 1,1,1,1 | 1,1,1,1 |
| 4 | 4 | 4 |

)

עבור אדם ב':MMS = 6

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2,2,1,1 | 2,2,1,1 | 2,2,1,1 |
| 6 | 6 | 6 |

)

עבור אדם ג':MMS = 6

( חלוקה שממקסמת את המינימום:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2,2,2,1 | 2,2,2,1 | 2,2,1,1 |
| 7 | 7 | 6 |

)

נעדכן את V להיות:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

* *אלגוריתם 2:*
* *נקבל:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

\_

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

α:

* ניכנס ללולאה:   
  **סבב 1:**
* n=3
* מס' האנשים שנותרו

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

חפצים:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן:  
עבור אדם א':   
עבור אדם ב':

עבור אדם ג':

נבדוק האם החפץ הn(=3) והחפץ הn+1 (=4) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם א':   
עבור אדם ב':   
  
עבור אדם ג':

נבדוק האם החפץ ה2n-1(=5), החפץ ה2n (=6)נוהחפץ ה2n+1 (=7) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם א':   
עבור אדם ב':   
עבור אדם ג':

ואדם ג' מקבל את חפצים 5,6,7 , והוא והחפצים מוסרים מהמשתנים.

**סבב 2:**

n=2– מס' האנשים שנותרו

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

חפצים:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

נבדוק האם החפץ ה1 והחפץ ה2n+1 (=5) מספיקים עבור איזשהו שחקן:

עבור אדם א':   
עבור אדם ב':

* **הפונק' מחזירה:**

M: החפצים שנותרו

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

N: קבוצה.

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

V: פונק' ערכים.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

* **אלוגריתם 3:**  
  באלגוריתם 3 מקבלים כך:

M:החפצים שנותרו

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

N: קבוצה.

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

V: פונק' ערכים.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

α:

* ראשית נחלק את 2n (=4) החפצים הראשונים (שערכם גבוה ביותר) לn (2) קבוצות באופן הבא:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |

ונקבל:

השאר נגדיר בR

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| R | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה "מספיקה" עבורו-

עבור אדם א':   
עבור אדם ב':

כיוון שלא נוסיף את האיבר האחרון ל (איבר שלא נמצא בין 1 ל2n)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |

ונקבל:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| R | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה "מספיקה" עבורו-

עבור אדם א':   
עבור אדם ב':

כיוון שלא נוסיף את האיבר האחרון ל ונקבל:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| R | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה "מספיקה" עבורו-

עבור אדם א':   
לכן נביא לו את ונוציא אותו ואת  *מהרשימה, ונקבל כך:*

|  |  |
| --- | --- |
|  | **B2** |
| **ערך-  אדם ב'** |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| R | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה "מספיקה" עבורו-

עבור אדם ב':

כיוון שלא נוסיף את האיבר האחרון ל

|  |  |
| --- | --- |
|  | **B2** |
| **ערך-  אדם ב'** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| R | **חפץ 8** | **חפץ 9** |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |

ונקבל:

עבור אדם ב':

כיוון שלא נוסיף את האיבר האחרון ל ונקבל

|  |  |
| --- | --- |
|  | **B2** |
| **ערך-  אדם ב'** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| R | **חפץ 8** |
| **ערך-  אדם ב'** |  |

נבדוק האם יש שחקן כך שהקבוצה "מספיקה" עבורו-

עבור אדם ב':   
לכן נביא לו את ונוציא אותו ואת  *מהרשימה,   
כיוון שאין יותר נסיים כך שנשארים*  *החפצים לאחר שכל אדם קיבל לפחות .*

**דוגמת הרצה 4 (אלגוריתמים 4,5,6) :**

אלגוריתם 4:

* *נקבל:*

M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** |
| **ערך- אדם א'** | 15 | 15 | 8 | 8 | 8 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 |
| **ערך-  אדם ב'** | 15 | 15 | 8 | 8 | 8 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 |
| **ערך-  אדם ג'** | 15 | 15 | 8 | 8 | 8 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 |

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם א' ערכי התחלה | 14.9 | 14.9 | 8.1 | 7.2 | 7.2 | 7.1 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 61.75 |
| ערכים אחרי נרמול: | 0.723887 | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 3 |

ננרמל ונקבל:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם ב' ערכי התחלה | 14.9 | 14.9 | 8.1 | 7.2 | 7.2 | 7.1 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 61.75 |
| ערכים אחרי נרמול: | 0.723887 | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם ג ערכי התחלה | 14.9 | 14.9 | 8.1 | 7.2 | 7.2 | 7.1 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 61.75 |
| ערכים אחרי נרמול: | 0.723887 | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 3 |

* *אלגוריתם 5:*
* *נקבל: M,N,,V כאשר V היא פונק' הערכים המנורמלת עבור כל אחד מהשחקנים.*

ניכנס ללולאה:

|  |  |
| --- | --- |
| S1 | 0.723887 |
| S2 | 0.74332 |
| S3 | 0.717571 |
| S4 | 0.746721 |

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור כל האנשים:

נבדוק האם החפץ הn (=3) והחפץ הn+1 (=4) מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור כל האנשים:   
נבדוק האם החפצים ה2n-1, (6=) 2n, (7=)2n+1 (5=) ביחד מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור כל האנשים:

כיוון שלא נכנסנו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את אותן הקבוצות שקיבלנו.

* אלגוריתם 6:  
  ניכנס ללולאה:  
  **סבב 1:**

1. נעבור על 3 האפשרויות הראשונות, הן עדיין לא יספיקו,   
   נבדוק האם החפצים ה1, 2n+1 (=7) ביחד שווים לפחות עבור איזשהו שחקן, (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | B1 | 1.068826 | | B2 | 1.073684 | | B3 | 0.74332 | |  |
|  |  |
|  |  |

עבור כל האנשים:  
 כיוון שלא נכנסנו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את אותן הקבוצות שקיבלנו.  
נחשב:

עבור כל אחד מהשחקנים יצא:

ולכן:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **שחקן** |  |  |  |  |  | **ערך החפצים לאחר 2n המקומות הראשונים** |
| **אדם א'** | 1 | 2 | 0.74332 | 0.00668 | 0.13168 | 0.11417 |
| **אדם ב'** | 1 | 2 | 0.74332 | 0.00668 | 0.13168 | 0.11417 |
| **אדם ג'** | 1 | 2 | 0.74332 | 0.00668 | 0.13168 | 0.11417 |

כיון ש (עבור כל השחקנים): ערך החפצים לאחר 2n המקומות הראשונים קטן מ ניכנס ללולאה:

ניקח את השחקן בעל האינדקס הקטן ביותר- אדם א':

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0.965182 |
|  | 0.991093 |
|  | 0.956761 |
| k- מס' החפץ המקסימלי מ2n החפצים הראשונים שלא הוקצה בהקצאה הזמנית, k'- מס' החפץ המקסימלי שלא הוקצה מאחד החפצים שהאינדקס שלהם אינו ב2n | 0.995628 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  | | --- | --- | | B1-Hi | 1.068826 | | B2-Hi | 1.073684 | | B3-Li | 0.74332 | |
|  |  |
|  |  |

עכשיו נחשב את :

אי השוויון: (נעשה אותו גדול מהחפץ הכי גדול בLi)



יצא:

ניקח את להיות המקסימלי בטווח, ולכן

ניקח את ההמקסימלי מבין כולם, וזהו   
נכפיל ב את ערכי אדם א':

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם א' ערכי התחלה | 15 | 15 | 8 | 7 | 7 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 | 62.07 |
| ערכים אחרי הכפלה: | 0.727066 | 0.727066 | 0.39525 | 0.351334 | 0.351334 | 0.346454 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 3.013175 |

* *אלגוריתם 5:*
* *נקבל: M,N,,V כאשר V היא פונק' שעודכנה עם פרטי שחקן 1.*
* *ניכנס ללולאה:*
* *עבור אדם א':*

|  |  |
| --- | --- |
| S1 | 0.727066 |
| S2 | 0.746584 |
| S3 | 0.720722 |
| S4 | 0.75 |

* *עבור אנשים ב' ג':*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | S1 | 0.723887 | | S2 | 0.74332 | | S3 | 0.717571 | | S4 | 0.746721 | |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

עבור אנשים ב' ג' –נשאר אותו דבר וכלום לא מספיק,

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם א':

נבדוק האם החפץ הn (=3) והחפץ הn+1 (=4) מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור אדם א':   
נבדוק האם החפצים ה2n-1, (6=) 2n, (7=)2n+1 (5=) ביחד מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם א':

כיוון שלא נכנסנו לאף אחת מהאפשרויות, נסיים ונחזיר את אותן הקבוצות שקיבלנו.

* אלגוריתם 6:  
  ניכנס ללולאה:  
  **סבב 1:**

1. נעבור על 3 האפשרויות הראשונות, הן עדיין לא יספיקו,   
   נבדוק האם החפצים ה1, 2n+1 (=7) ביחד שווים לפחות עבור איזשהו שחקן, (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול)

עבור אדם א'  
ניתן לו את חפצים 1, 7, ונוציא אותו (באופן זמני)

נעדכן את האנשים, החפצים ופונק' הערכים, ננרמל מחדש.

**סבב 2:**

M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 |

|  |  |
| --- | --- |
| אדם ב' | אדם ג' |

N:

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|  | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** |
| **ערך אדם ב'** | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 |
| **ערך אדם ג'** | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 |

ננרמל: (עכשיו הסכום של כל שחקן צריך לצאת 2)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|  | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** |
| **ערך אדם ב'** | 0.64251846 | 0.34928815 | 0.31047895 | 0.31047895 | 0.30616612 | 0.02026734 | 0.02026734 | 0.02026734 | 0.02026734 |
| **ערך אדם ג'** | 0.64251846 | 0.34928815 | 0.31047895 | 0.31047895 | 0.30616612 | 0.02026734 | 0.02026734 | 0.02026734 | 0.02026734 |

עבור כל האנשים:

|  |  |
| --- | --- |
| S1 | 0.64251846 |
| S2 | 0.6597671 |
| S3 | 0.92712401 |
| S4 | 0.94868458 |

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם ב',ג':

נבדוק האם החפץ הn (=2) והחפץ הn+1 (=3) מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור אדם ב',ג':  
נבדוק האם החפצים ה2n-1, (4=) 2n, (5=)2n+1 (3=) ביחד מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם ב':

ניתן לו את חפצים 4,5,6 (אינדקסים 3,4,5) ונוציא אותו (באופן זמני)  
נעדכן את האנשים, החפצים ופונק' הערכים, ננרמל מחדש.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 |

M:

|  |
| --- |
| אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|  | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** |
| **ערך אדם ג'** | 0.64251846 | 0.34928815 | 0.02026734 | 0.02026734 | 0.02026734 | 0.02026734 |

V:

ננרמל: (עכשיו הסכום של כל שחקן צריך לצאת 1)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|  | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** |
| **ערך אדם ג'** | 0.59887487 | 0.32556247 | 0.01889066 | 0.01889066 | 0.01889066 | 0.01889066 |

|  |  |
| --- | --- |
| S1 | 0.59887487 |
| S2 | 0.92443734 |
| S3 | 0.94332801 |
| S4 | 0.61776554 |

נבדוק האם החפץ הראשון הוא מספיק עבור השחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):  
עבור אדם ג':

נבדוק האם החפץ הn (=1) והחפץ הn+1 (=2) מספיקים עבור איזשהו שחקן (נעבור מהאינדקס הקטן לגדול):

עבור אדם ג':

ניתן לו את חפצים 2,3(אינדקסים 1,2) ונוציא אותו (באופן זמני)  
נעדכן את האנשים, החפצים ופונק' הערכים.

כיוון שסימנו לעבור על כל האנשים, נצא ונחזיר את הקבוצות המעודכנות.

אין אף שחקן, ולכן אין אף שחקן שעומד שדרישות להיכנס ללולאה, לכן נקצה את ההקצאה שעשינו באופן קבוע,

ונשלח לאלגוריתם 3.   
כיוון שאלגוריתם 3 מקבל קבוצת שחקנים ריקה הוא מסיים.

**דוגמת הרצה 5 (אלגוריתמים 7,8) :**

אלגוריתם 7:

* *נקבל:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 2 | 7 | 10 | 8 | 3 | 4 | 7 | 11 |
| **ערך-  אדם ב'** | 8 | 7 | 5 | 3 | 10 | 2 | 1 | 4 |
| **ערך-  אדם ג'** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

V:

נתחיל במיון פונק' ערכים עבור כל שחקן.

עבור כל שחקן i-

עבור כל חפץ j-  
 נשים בפונק' הערכים של שחקן i במקום הj את החפץ הj בערכו עבורו.

ונקבל כך:

V'=

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

ונחזיר:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V':

**נניח שבוצע אלגוריתם הקצאת MMS, ועכשיו מגיעים לאלגוריתם 8:**

אלגוריתם 8:

* *נקבל:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

V':

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 2 | 7 | 10 | 8 | 3 | 4 | 7 | 11 |
| **ערך-  אדם ב'** | 8 | 7 | 5 | 3 | 10 | 2 | 1 | 4 |
| **ערך-  אדם ג'** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

(נשים לב כי הMMS של שחקן א'= 17 שחקן ב'= 13 ושחקם ג' = 12)

A'   
 (חלוקה לפי α: ) :

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 3, חפץ 4, חפץ 7 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 1, חפץ 6, |
| **ערך-  אדם ג'** | חפץ 2, חפץ 5, חפץ 8 |

(החפצים הממורקרים נתנו בחלוקה ללא חשיבות מכיוון שאלו הלא ממורקרים כבר הספיקו)

נאתחל A, שמכילה עבור כל שחקן את קבוצת החפצים שהולך לקבל. כך שכל שחקן לא מקבל בינתיים אף חפץ.

עבור כל חפץ j, j נע מ1 עד n

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ערכי חפצים** | **חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | 0 |  |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | חפץ 5 |
| **ערך-  אדם ג'** | 0 |  |

נראה כי שחקן ב' מקבל את חפץ 1 נקבל כך- אז הוא בוחר:  
  
A:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V':

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 2 | 7 | 10 | 8 | ריק | 4 | 7 | 11 |
| **ערך-  אדם ב'** | 8 | 7 | 5 | 3 | ריק | 2 | 1 | 4 |
| **ערך-  אדם ג'** | 1 | 2 | 3 | 4 | ריק | 6 | 7 | 8 |

V:

לאחר מכן נראה כי שחקן ג' מקבל את חפץ 2 , אז הוא בוחר נקבל כך:  
  
A:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ערכי חפצים** | **חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | 0 |  |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | חפץ 5 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | חפץ 8 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V':

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 2 | 7 | 10 | 8 | ריק | 4 | 7 | ריק |
| **ערך-  אדם ב'** | 8 | 7 | 5 | 3 | ריק | 2 | 1 | ריק |
| **ערך-  אדם ג'** | 1 | 2 | 3 | 4 | ריק | 6 | 7 | ריק |

לאחר מכן נראה כי שחקן א' מקבל את חפץ 3 ו- 4 נקבל כך:  
  
A:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ערכי חפצים** | **חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | 18 | חפץ 3,4 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | חפץ 5 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | חפץ 8 |

V':

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 2 | 7 | ריק | ריק | ריק | 4 | 7 | ריק |
| **ערך-  אדם ב'** | 8 | 7 | ריק | ריק | ריק | 2 | 1 | ריק |
| **ערך-  אדם ג'** | 1 | 2 | ריק | ריק | ריק | 6 | 7 | ריק |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ערכי חפצים** | **חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | 18 | חפץ 3,4 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | חפץ 5 |
| **ערך-  אדם ג'** | 15 | חפץ 8,חפץ 7 |

לאחר מכן נראה כי שחקן ג' מקבל את חפץ 5 נקבל כך:  
  
A:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V':

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 2 | 7 | ריק | ריק | ריק | 4 | ריק | ריק |
| **ערך-  אדם ב'** | 8 | 7 | ריק | ריק | ריק | 2 | ריק | ריק |
| **ערך-  אדם ג'** | 1 | 2 | ריק | ריק | ריק | 6 | ריק | ריק |

V:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ערכי חפצים** | **חפצים** |
| **ערך-אדם א'** | 18 | חפץ 4 ,חפץ 3 |
| **ערך- אדם ב'** | 18 | חפץ 5,חפץ1 |
| **ערך- אדם ג'** | 15 | חפץ 8,חפץ 7 |

לאחר מכן נראה כי שחקן ב' מקבל את חפץ 6 נקבל כך:  
  
A:

V':

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | ריק | 7 | ריק | ריק | ריק | 4 | ריק | ריק |
| **ערך-  אדם ב'** | ריק | 7 | ריק | ריק | ריק | 2 | ריק | ריק |
| **ערך-  אדם ג'** | ריק | 2 | ריק | ריק | ריק | 6 | ריק | ריק |

לאחר מכן נראה כי שחקן א' מקבל את חפץ 7 נקבל כך:  
  
A:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ערכי חפצים** | **חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | 25 | חפץ 4 ,חפץ 3,חפץ 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 18 | חפץ 5,חפץ1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 15 | חפץ 8,חפץ 7 |

V':

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | 4 | ריק | ריק |
| **ערך-  אדם ב'** | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | 2 | ריק | ריק |
| **ערך-  אדם ג'** | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | 6 | ריק | ריק |

לאחר מכן נראה כי שחקן ג' מקבל את חפץ 8 נקבל כך:  
  
A:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **רשימת ערכי חפצים** | **חפצים** |
| **ערך-אדם א'** | 25 | חפץ 4 ,חפץ 3,חפץ 2 |
| **ערך- אדם ב'** | 18 | חפץ 5,חפץ1 |
| **ערך- אדם ג'** | 21 | חפץ 8,חפץ 7,חפץ 6 |

V':

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק |
| **ערך-  אדם ב'** | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק |
| **ערך-  אדם ג'** | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק | ריק |

ולבסוף נחזיר את A:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ערכי חפצים** | **חפצים** |
| **ערך-אדם א'** | 25 | חפץ 4 ,חפץ 3,חפץ 2 |
| **ערך- אדם ב'** | 18 | חפץ 5,חפץ1 |
| **ערך- אדם ג'** | 21 | חפץ 8,חפץ 7,חפץ 6 |

**דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 1 :**

**:Test1**

אלגוריתם 1:

* *קלט:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 6 | 5 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 100 | 55 | 50 | 33 | 12 | 5 | 4 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 15 | 15 | 12 | 9 | 8 | 8 | 7 | 5 |

V:

α:

* פלט A':

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 3, חפץ 4 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | חפץ 2, חפץ 5 |

**המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 1 :**

**:Test2**

אלגוריתם 1:

* *נקבל:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** | 6 | 5 | 4 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 7 | 7 | 7 |

V:

* פלט A':

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 2 |
| **ערך-  אדם ג'** | חפץ 3 |

**המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 1 :**

**:Test3**

אלגוריתם 1:

* *קלט:*
* M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |

N:

V:

α:

* פלט A:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 1, חפץ 4, חפץ 11, חפץ 12 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 2, חפץ 3, חפץ 10, חפץ 9 |
| **ערך-  אדם ג'** | חפץ 5, חפץ 6, חפץ 7 |

**דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 2 :**

**:Test1**

* *קלט:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |

V:

α:

* **פלט:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:החפצים שנותרו

|  |
| --- |
|  |

N: קבוצה ריקה.

|  |
| --- |
|  |

V: פונק' ערכים ריקה.

הקצאות:  
אדם א': חפץ 3, חפץ 4

אדם ב': חפץ 1

אדם ג': חפץ 2, חפץ 5

**המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 2 :**

**:Test2**

* *קלט:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |

V:

α:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

* **פלט:**

M:קבוצה ריקה

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
|  |

N: קבוצה ריקה.

|  |
| --- |
|  |

V: פונק' ערכים ריקה.

אדם א': חפץ א

אדם ב': חפץ 2

אדם ג': חפץ ג'

**המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 2 :**

**:Test3**

* *קלט:*

M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

\_

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

α:

* **פלט:**

M:החפצים שנותרו

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

N: קבוצה.

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

V: פונק' ערכים.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

מקצים לאדם ג' חפצים 5, 6,7

**דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 3 :**

**:Test1**

* קלט:

M:החפצים שנותרו

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 | חפץ 12 |

N: קבוצה.

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

V: פונק' ערכים.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** | **חפץ 12** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

α:

* פלט (A'' הארך לאחר ההקצאה באלגוריתם 3):

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 1, חפץ 4, חפץ 11, חפץ 12 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 2, חפץ 3, חפץ 10, חפץ 9 |

**המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 3 :**

**:Test2**

* קלט:

M:החפצים שנותרו

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **אינדקסים** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **חפצים** | חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 8 | חפץ 9 |

N: קבוצה.

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

V: פונק' ערכים.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 8** | **חפץ 9** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |

α:

* פלט (A'' לאחר ההקצאה באלגוריתם 3):

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 2, חפץ 3, חפץ 8, חפץ 9 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 1, חפץ 4 |

**דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 4 :**

**:Test1**

* קלט:

M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** | **חפץ 11** |
| **ערך- אדם א'** | 15 | 15 | 8 | 8 | 8 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 |
| **ערך-  אדם ב'** | 15 | 15 | 8 | 8 | 8 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 |
| **ערך-  אדם ג'** | 15 | 15 | 8 | 8 | 8 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 |

V:

* פלט

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **אדם א'** | חפץ 1, חפץ 7 |
| **אדם ב'** | חפץ 4, חפץ 5, חפץ 6 |
| **אדם ג'** | חפץ 2, חפץ 3 |

**המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 4 :**

**:Test2**

* *נקבל:*
* *נקבל:*

M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

N:

V:

* פלט :

ההקצאה:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **אדם א'** | חפץ 1, חפץ 7 |
| **אדם ב'** | חפץ 4, חפץ 5, חפץ 6 |
| **אדם ג'** | חפץ 2, חפץ 3 |

חפצים שלא חולקו:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** |

**דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 5 :**

**:Test1**

* קלט:

M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם א' ערכי התחלה | 15 | 15 | 8 | 7 | 7 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 | 62.07 |
| ערכים אחרי הכפלה: | 0.727066 | 0.727066 | 0.39525 | 0.351334 | 0.351334 | 0.346454 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 3.013175 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם ב' ערכי התחלה | 14.9 | 14.9 | 8.1 | 7.2 | 7.2 | 7.1 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 61.75 |
| ערכים אחרי נרמול: | 0.723887 | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם ג' ערכי התחלה | 14.9 | 14.9 | 8.1 | 7.2 | 7.2 | 7.1 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 61.75 |
| ערכים אחרי נרמול: | 0.723887 | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 3 |

* פלט :

אותן הקבוצות שקיבלנו, בלי שינוי

**דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 6 :**

**:Test1**

* קלט:

M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם א' ערכי התחלה | 15 | 15 | 8 | 7 | 7 | 7 | 0.47 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.5 | 62.07 |
| ערכים אחרי הכפלה: | 0.727066 | 0.727066 | 0.39525 | 0.351334 | 0.351334 | 0.346454 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 0.022934 | 3.013175 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם ב' ערכי התחלה | 14.9 | 14.9 | 8.1 | 7.2 | 7.2 | 7.1 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 61.75 |
| ערכים אחרי נרמול: | 0.723887 | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| אינדקס | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | sum |
| אדם ג' ערכי התחלה | 14.9 | 14.9 | 8.1 | 7.2 | 7.2 | 7.1 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 61.75 |
| ערכים אחרי נרמול: | 0.723887 | 0.723887 | 0.393522 | 0.349798 | 0.349798 | 0.344939 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 0.022834 | 3 |

* פלט :

קבוצות ריקות,

קבוצת החפצים שלא חולקו:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 | חפץ 11 |

ההקצאה במהלך האלגוריתם:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **אדם א'** | חפץ 1, חפץ 7 |
| **אדם ב'** | חפץ 4, חפץ 5, חפץ 6 |
| **אדם ג'** | חפץ 2, חפץ 3 |

**המשך דוגמאות קלט פלט -אלגוריתם 6 :**

**:Test2**

* *נקבל:*

M:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** | **חפץ 9** | **חפץ 10** |
| **ערך- אדם א'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ב'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **ערך-  אדם ג'** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

N:

V:

* פלט :

קבוצות ריקות,

קבוצת החפצים שלא חולקו:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 8 | חפץ 9 | חפץ 10 |

ההקצאה במהלך האלגוריתם:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **אדם א'** | חפץ 1, חפץ 7 |
| **אדם ב'** | חפץ 4, חפץ 5, חפץ 6 |
| **אדם ג'** | חפץ 2, חפץ 3 |

**דוגמאות קלט פלט (אלגוריתם 7,8) :**

**(הערה נקצה רק את הMMS והשאר לא נגדיר על מנת שהבדיקה תהיה נכונה לכל אלגו')**

**Test1**:

אלגוריתם 7:

* *קלט:*

|  |
| --- |
| חפץ 1 |

M:

|  |
| --- |
| אדם א' |

N:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **חפץ 1** |
| **ערך- אדם א'** | 2 |

V:

* פלט:

|  |
| --- |
| חפץ 1 |

M:

|  |
| --- |
| אדם א' |

N:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **חפץ 1** |
| **ערך- אדם א'** | 2 |

V':

**אלגוריתם 8:**

* *קלט:*

|  |
| --- |
| חפץ 1 |

M:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **חפץ 1** |
| **ערך- אדם א'** | 2 |

|  |
| --- |
| אדם א' |

N: V':

|  |  |
| --- | --- |
|  | **חפץ 1** |
| **ערך- אדם א'** | 2 |

V:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 1 |

A' (חלוקה לפי α: ) :

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 1 |

* פלט A:

**המשך דוגמאות קלט פלט (אלגוריתם 7,8) :**

**Test2**:

אלגוריתם 7:

* *קלט:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 2 | 7 | 10 | 8 | 3 | 4 | 7 | 11 |
| **ערך-  אדם ב'** | 8 | 7 | 5 | 3 | 10 | 2 | 1 | 4 |
| **ערך-  אדם ג'** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

V:

* פלט:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V':

אלגוריתם 8:

* *נקבל:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 | חפץ 4 | חפץ 5 | חפץ 6 | חפץ 7 | חפץ 8 |

M:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' | אדם ג' |

N:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 11 | 10 | 8 | 7 | 7 | 4 | 3 | 2 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

V':

V:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** | **חפץ 4** | **חפץ 5** | **חפץ 6** | **חפץ 7** | **חפץ 8** |
| **ערך- אדם א'** | 2 | 7 | 10 | 8 | 3 | 4 | 7 | 11 |
| **ערך-  אדם ב'** | 8 | 7 | 5 | 3 | 10 | 2 | 1 | 4 |
| **ערך-  אדם ג'** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

A' (חלוקה לפי α: ) :

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 3, חפץ 4 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 1 |
| **ערך-  אדם ג'** | חפץ 2, חפץ 5 |

* פלט A:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 3, חפץ 4 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 5 |
| **ערך-  אדם ג'** | חפץ 8, חפץ 7 |

**המשך דוגמאות קלט פלט (אלגוריתם 7,8) :**

**Test3**:

אלגוריתם 7:

* *קלט:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

M:

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

N:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** | 10 | 3 | 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 10 | 10 |

V:

* פלט:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

M:

N:

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** | 10 | 3 | 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 10 | 10 |

V':

אלגוריתם 8:

* *נקבל:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| חפץ 1 | חפץ 2 | חפץ 3 |

M:

|  |  |
| --- | --- |
| אדם א' | אדם ב' |

N:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** | 10 | 3 | 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 10 | 10 |

V':

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **חפץ 1** | **חפץ 2** | **חפץ 3** |
| **ערך- אדם א'** | 10 | 3 | 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | 10 | 10 | 10 |

V:

A' (חלוקה לפי α: ) :

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 3 |

* פלט A:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **רשימת חפצים** |
| **ערך- אדם א'** | חפץ 1 |
| **ערך-  אדם ב'** | חפץ 2 |

1. https://arxiv.org/abs/1903.00029 [↑](#footnote-ref-1)